# Visual Memory Chart 対称式の計算 早見チャート①

変数を入れ替えても，元の式と同じ式になる式（下記問題の式すべて）を対称式という。
２文字の対称式は，必ず基本対称式 $x+y$，$xy$ で表せる。
３文字の対称式は，必ず基本対称式 $x+y+z$，$xy+yz+zx$，$xyz$ で表せる。

| | | |
|---|---|---|
| | $x+y=1$，$xy=-1$ のとき，次の値を求めよ。 | |
| ① | $x^2+y^2$ | $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1^2-2\cdot(-1)=3$ |
| ② | $x^3+y^3$ | $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=1^3-3\cdot(-1)\cdot1=4$ |
| ③ | $x^4+y^4$ | $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=3^2-2\cdot(-1)=7$ |
| ④ | $x^5+y^5$ | $x^5+y^5=(x^3+y^3)(x^2+y^2)-x^2y^2(x+y)=4\cdot3-(-1)^2\cdot1=11$ |
| ⑤ | $x-y$ | $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=1^2-4\cdot(-1)=5$<br>$x-y=\pm\sqrt{5}$ |
| ⑥ | $x^4+x^3y+xy^3+y^4$ | $x^4+x^3y+xy^3+y^4$<br>$=x^3(x+y)+y^3(x+y)=(x+y)(x^3+y^3)=2\cdot(-2)=2$ |
| | $x+y+z=3$，$xy+yz+zx=1$，$xyz=-1$ のとき，次の値を求めよ。 | |
| ⑦ | $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2$ | $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2=(xy+yz+zx)^2-2xyz(x+y+z)=1^2-2\cdot(-1)\cdot3=7$ |
| ⑧ | $x^2+y^2+y^2$ | $x^2+y^2+y^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)=3^2-2\cdot1=7$ |
| ⑨ | $x^3+y^3+y^3$ | $x^3+y^3+y^3=(x+y+z)\ (x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)+3xyz$<br>$=3(7-1)+3\cdot(-1)=15$ |
| ⑩ | $x^4+y^4+y^4$ | $x^4+y^4+y^4=(x^2+y^2+z^2)^2-2(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2)$<br>$=7^2-2\cdot7=35$ |
| | $a+b+c=-1$，$a^2+b^2+c^2=3$，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ のとき，次の値を求めよ。 | |
| ⑪ | $ab+bc+ca$ | $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$<br>$(-1)^2=3+2(ab+bc+ca)$<br>$ab+bc+ca=-1$ |
| ⑫ | $abc$ | $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ の両辺を $abc$ 倍すると，$bc+ca+ab=abc$　$\therefore\ abc=-1$ |
| ⑬ | $a^3+b^3+c^3-3abc$ | $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$<br>$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)\{a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca)\}$<br>$=(-1)\cdot\{3-(-1)\}=-4$ |
| ⑭ | $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$ | $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2}{a^2b^2c^2}=\frac{(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)}{(abc)^2}$<br>$=\frac{(-1)^2-2\ (-1).(-1)}{1^2}=-1$ |