場合の数（確率） じゃんけん問題 実践例題①

例題 1

A, B, Cの３人がじゃんけんを何回か行うとき, 次の問いに答えよ。
（１） Aだけがパーを出して勝つ確率を求めよ。
（２） Aだけが勝つ確率を求めよ。
（３） １人だけが勝つ確率を求めよ。

解答

（１） ３人の手の出し方は, それぞれが, グー, チョキ, パーの３通りの手の出し方があるので,

$3\times 3\times 3=27$ 通り。← コレが分母

Aだけがパーを出して勝つ確率は,

(A, B, C)＝(パー, グー, グー)の１通りのみ。

よって, 求める確率は $\dfrac{1}{27}$ ……(答え)

（２） Aだけが勝つ確率は,

(A, B, C)＝(パー, グー, グー), (チョキ, パー, パー), (グー, チョキ, チョキ)

の３通り。

よって, 求める確率は $\dfrac{3}{27}=\dfrac{1}{9}$ ……(答え)

（３） １人だけが勝つ確率は,

Aだけが勝つ確率, Bだけが勝つ確率, Cだけが勝つ確率

の３通りの場合がある。

（２）より, Aだけが勝つ確率は, $\dfrac{1}{9}$

同様に考えて, Bだけが勝つ確率, Cだけが勝つ確率も $\dfrac{1}{9}$

よって, 求める確率は $\dfrac{1}{9}\times 3=\dfrac{1}{3}$ ……(答え)

場合の数（確率） じゃんけん問題 実践例題②

例題２

３人でじゃんけんを１回する場合, 次の確率を求めよ。

（１） １人だけが勝つ。

（２） ２人だけが勝つ。

（３） あいこになる。

解答

３人の手の出し方は, それぞれが, グー, チョキ, パーの３通りの手の出し方があるので,

$3\times3\times3=27$ 通り。 ← コレが分母

（１） ３人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は, ${}_3C_1=3$ 通り。

その勝者がグー, チョキ, パーのどの手で勝つかは, 3通り。

よって, 求める確率は $\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$ ……（答え） ← $\dfrac{(\text{勝つ人の決め方})\times(\text{どの手で勝つか})}{\text{全員の手の出し方}}$

（２） ３人のうちのどの２人の勝者を選ぶ方法は, ${}_3C_2=3$ 通り。

その勝者がグー, チョキ, パーのどの手で勝つかは, 3通り。

よって, 求める確率は $\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$ ……（答え） ← $\dfrac{(\text{勝つ人の決め方})\times(\text{どの手で勝つか})}{\text{全員の手の出し方}}$

（３） ３人でじゃんけんを１回する場合,

「１人が勝つ」or「２人が勝つ」or「あいこになる」の３通りの場合がある。

よって, あいこになる確率は, 余事象を考えて, ← あいこは余事象で考える！

１ー「１人が勝つ確率＝（１）の場合」ー「２人が勝つ確率＝（２）の場合」より

求める確率は $1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$ ……（答え）

場合の数（確率） じゃんけん問題 実践例題③

例題３

４人でじゃんけんを１回行う。
（１） １人だけが勝つ確率を求めよ。
（２） ２人だけが勝つ確率を求めよ。
（３） ３人だけが勝つ確率を求めよ。
（４）勝者が１人も出ない確率を求めよ。

解答

４人の手の出し方は，それぞれが，グー，チョキ，パーの３通りの手の出し方があるので，

$3\times3\times3\times3=81$ 通り。← コレが分母

（１） ４人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は，${}_4C_1=4$ 通り。

その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，３通り。

よって，求める確率は $\dfrac{4\times3}{81}=\dfrac{4}{27}$ ……（答え）← $\dfrac{（勝つ人の決め方）\times（どの手で勝つか）}{全員の手の出し方}$

（２） ４人のうちの２人の勝者を選ぶ方法は，${}_4C_2=6$ 通り。

その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，３通り。

よって，求める確率は $\dfrac{6\times3}{81}=\dfrac{6}{27}$ ……（答え）← $\dfrac{（勝つ人の決め方）\times（どの手で勝つか）}{全員の手の出し方}$

（３） ４人のうちの３人の勝者を選ぶ方法は，${}_4C_3=4$ 通り。

その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，３通り。

よって，求める確率は $\dfrac{4\times3}{81}=\dfrac{4}{27}$ ……（答え）← $\dfrac{（勝つ人の決め方）\times（どの手で勝つか）}{全員の手の出し方}$

（４） ４人でじゃんけんを１回する場合，

「１人だけが勝つ」or「２人だけが勝つ」or「３人だけが勝つ」or「あいこになる」

の４通りの場合がある。

よって，あいこになる確率は，余事象を考えて，← あいこは余事象で考える！

１－「１人が勝つ確率＝（１）の場合」－「２人が勝つ確率＝（２）の場合」

－「３人が勝つ確率＝（３）の場合」より

求める確率は $1-\dfrac{4}{27}-\dfrac{6}{27}-\dfrac{4}{27}=\dfrac{13}{27}$ ……（答え）

場合の数（確率） じゃんけん問題 実践例題④

例題 4

A, B, Cの３人でじゃんけんをする。一度じゃんけんで負けたものは, 以後のじゃんけんから抜ける。残りが１人になるまでじゃんけんを繰り返し, 最後に残ったものを勝者とする。ただし, あいこの場合も１回のじゃんけんを行ったと数える。
（１） １回目のじゃんけんで勝者が決まる確率を求めよ。
（２） ２回目のじゃんけんで勝者が決まる確率を求めよ。

解答

３人の手の出し方は, それぞれが, グー, チョキ, パーの３通りの手の出し方があるので,
$3\times3\times3=3^3=27$ 通り。← コレが分母

３人でじゃんけんをする場合, １人が勝つ確率と２人が勝つ確率とあいこになる確率は, すべて $\frac{1}{3}$

（１） ３人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は, ${}_3C_1=3$ 通り。
その勝者がグー, チョキ, パーのどの手で勝つかは, 3通り。

よって, 求める確率は $\frac{3\times3}{27}=\frac{1}{3}$ ……（答え）

（２） **３人が１回じゃんけん**をするとき, １人が勝つ確率は, （１）より $\frac{1}{3}$ ……①

２人が勝つ確率は, ３人のうちの２人の勝者を選ぶ方法は, ${}_3C_2=3$ 通り。
その勝者がグー, チョキ, パーのどの手で勝つかは, 3通り。

よって, 求める確率は $\frac{3\times3}{27}=\frac{1}{3}$ ……② ← $\frac{(\text{勝つ人の決め方})\times(\text{どの手で勝つか})}{\text{全員の手の出し方}}$

あいこになる確率は, 余事象を考えて, １ー①ー②より $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$ ……③

２人が１回じゃんけんをするとき,

２人の手の出し方は, それぞれが, グー, チョキ, パーの３通りの手の出し方があるので,
$3\times3=9$ 通り。

１人が勝つ確率は, ２人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は, ２通り。
その１人がグー, チョキ, パーのどの手で勝つかは, 3通り。

よって, 求める確率は $\frac{2\times3}{9}=\frac{2}{3}$ ……④ ← $\frac{(\text{勝つ人の決め方})\times(\text{どの手で勝つか})}{\text{全員の手の出し方}}$

２回目のじゃんけんで勝者が決まるのは,
（ｉ）「３人→３人→１人」,（ⅱ）「３人→２人→１人」の２通りの場合である。

（ｉ）「３人→３人→１人」の場合の確率は,
１回目があいこで, ２回目が３人がじゃんけんして, １人が勝つ確率なので, ①, ③より

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ ← ③×①（「連続」,「そして」なので）

（ⅱ）「３人→２人→１人」の場合の確率は,
１回目で２人が勝ち, ２回目が２人がじゃんけんして, １人が勝つ確率なので, ②, ④より

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$ ← ②×④（「連続」,「そして」なので）

よって, 求める確率は,（ｉ）+（ⅱ）より $\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{1}{3}$ ……（答え）

場合の数（確率） じゃんけん問題 実践例題⑤

例題 5

３人でじゃんけんをする。残りが１人になるまでじゃんけんを繰り返し，最後に残ったものを勝者とする。ただし，あいこの場合も１回のじゃんけんを行ったと数える。
３回目のじゃんけんで勝負がつく確率を求めよ。

解答

３人の手の出し方は，それぞれが，グー，チョキ，パーの３通りの手の出し方があるので，
$3\times3\times3=3^3=27$ 通り。← コレが分母
３人が１回じゃんけんをするとき，１人が勝つ確率は，
３人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は，${}_3C_1=3$ 通り。
その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，3通り。
よって，求める確率は $\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$ ……① ← $\dfrac{(\text{勝つ人の決め方})\times(\text{どの手で勝つか})}{\text{全員の手の出し方}}$

２人が勝つ確率は，３人のうちの２人の勝者を選ぶ方法は，${}_3C_2=3$ 通り。
その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，3通り。
よって，求める確率は $\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$ ……② ← $\dfrac{(\text{勝つ人の決め方})\times(\text{どの手で勝つか})}{\text{全員の手の出し方}}$

あいこになる確率は，余事象を考えて，１ー①ー②より $1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$ ……③

２人が１回じゃんけんをするとき，２人の手の出し方は，それぞれが，グー，チョキ，パーの３通りの手の出し方があるので，$3\times3=9$ 通り。１人が勝つ確率は，２人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は，２通り。その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，3通り。
よって，求める確率は $\dfrac{2\times3}{9}=\dfrac{2}{3}$ ……④ ← $\dfrac{(\text{勝つ人の決め方})\times(\text{どの手で勝つか})}{\text{全員の手の出し方}}$

あいこになる確率は，余事象を考えて，１ー④より $1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$ ……⑤

３回目のじゃんけんで勝負がつくのは，(ｉ)「３人→３人→３人→１人」，
(ii)「３人→３人→２人→１人」，(iii)「３人→２人→２人→１人」の３通りの場合である。
(ｉ)「３人→３人→３人→１人」の場合の確率は，
１回目，２回目があいこで，３回目が３人がじゃんけんして，１人が勝つ確率なので，①，③より
$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{27}$ ← ③×③×①（「連続」，「そして」なので）
(ii)「３人→３人→２人→１人」の場合の確率は，
１回目は，３人でじゃんけんをしてあいこで，２回目は３人がじゃんけんして，２人が勝ち，
３回目は．２人でじゃんけんをして１人が勝つ確率なので，①，③より
$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{27}$ ← ③×②×④（「連続」，「そして」なので）
(iii)「３人→２人→２人→１人」の場合の確率は，
１回目は，３人でじゃんけんをして２人が勝ち，２回目は２人がじゃんけんして，あいこになり，
３回目は．２人でじゃんけんをして１人が勝つ確率なので，①，③より
$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{27}$ ← ②×⑤×④（「連続」，「そして」なので）
よって，求める確率は，(ｉ)＋(ii)＋(iii)より $\dfrac{1}{27}+\dfrac{2}{27}+\dfrac{2}{27}=\dfrac{5}{27}$ ……（答え）

場合の数（確率） じゃんけん問題 実践例題⑥

例題 6

３人でじゃんけんを何回か行い，じゃんけんで負けたものはじゃんけんから抜ける。
次の問に答えよ。
（１）３人でじゃんけんを１回行うとき，１人が勝つ確率を求めよ。
（２）３人でじゃんけんを１回行うとき，あいこになる勝つ確率を求めよ。
（３）勝者が１人になるまでじゃんけんを続けるとして，３人で始めたじゃんけんが３回以上続く確率を求めよ。

解答

３人の手の出し方は，それぞれが，グー，チョキ，パーの３通りの手の出し方があるので，
$3\times3\times3=27$ 通り。← コレが分母

（１）３人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は，${}_3C_1=3$ 通り。
その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，3通り。

よって，求める確率は $\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$ ……（答え） ← $\dfrac{（勝つ人の決め方）\times（どの手で勝つか）}{全員の手の出し方}$

（２）３人のうちのどの２人の勝者を選ぶ方法は，${}_3C_2=3$ 通り。
その勝者がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，3通り。

求める確率は $\dfrac{3\times3}{27}=\dfrac{1}{3}$ ← $\dfrac{（勝つ人の決め方）\times（どの手で勝つか）}{全員の手の出し方}$

３人でじゃんけんを１回する場合，
「１人が勝つ」or「２人が勝つ」or「あいこになる」の３通りの場合がある。
よって，あいこになる確率は，余事象を考えて，
１ー「１人が勝つ確率＝（１）の場合」ー「２人が勝つ確率＝（２）の場合」より

求める確率は $1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$ ……（答え） ← あいこは余事象で考える！

（３）「３回以上続く」の余事象は「２回以下で終わる」場合で，
じゃんけんが２回以内に終了する場合は，次の３つの場合がある。
（ｉ）１回目に１人が勝つ。
（ii）１回目はあいこで，２回目に１人が勝つ。
（iii）１回目に２人が勝ち，２回目に２人がじゃんけんをし１人が勝つ。

（ｉ）の場合は，（１）より $\dfrac{1}{3}$ ……①

（ii）の場合は，（１），（２）より $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$ ……② ← 「連続」，「そして」なので

（iii）の場合は，１回目に２人が勝つ確率は，（２）より $\dfrac{1}{3}$ ……③

２回目に２人がじゃんけんをし１人が勝つ確率は，２人のうちの１人の勝者を選ぶ方法は，
２通り。その１人がグー，チョキ，パーのどの手で勝つかは，3通り。

求める確率は $\dfrac{2\times3}{9}=\dfrac{2}{3}$ ……④

よって，（iii）の場合はの確率は，$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{9}$ ← 「連続」，「そして」なので

余事象を考えて，１ー①ー②ー④より求める確率は $1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{9}-\dfrac{2}{9}=\dfrac{1}{3}$ ……（答え）

場合の数（確率） じゃんけん問題 実践例題⑦

例題 7

A, B 2人でじゃんけんをする。どちらかが先に4勝したときに勝負が終了するとする。
5回目のじゃんけんで勝負が終了するときの確率を求めよ。ただし，引き分けも1回と数えるとする。

解答

5回目のじゃんけんで勝負が終了するのは，次の2通りの場合がある。

（i） 4回目まで，Aが3勝1敗または，3勝1分けで5回目にAが勝つ。

（ii） 4回目まで，Bが3勝1敗または，3勝1分けで5回目にBが勝つ。

1回のじゃんけんで，Aが勝つ確率は，

2人の手の出し方は，それぞれが，グー，チョキ，パーの3通りの手の出し方があるので，

$3\times3=9$ 通り。← コレが分母

Aが勝つのは，(A, B)=(パー，グー)，(チョキ，パー)，(グー，チョキ)の3通りなので

1回のじゃんけんで，Aが勝つ確率は，$\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

同様に，1回のじゃんけんで，Bが勝つ確率も，$\dfrac{1}{3}$

1回のじゃんけんで，あいこになる確率は，余事象を考えて，

1 ー「Aが勝つ確率」ー「Bが勝つ確率」より

$1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$ ← あいこは余事象で考える！

ここで，Aが勝つ確率を●，Aが負ける確率を×，あいこの確率を▲とすると

（i）の場合，下表のようになる。

1	2	3	4	5
●	●	●	×or▲	●
●	●	×or▲	●	●
●	×or▲	●	●	●
×or▲	●	●	●	●

この場合 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{3}$

Aが勝つ確率

5回目にAが勝つ確率

Aが負けるorあいこの確率

4回中，Aが負ける or あいこの回を1回を選ぶ → ${}_4C_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{243}$

（ii）の場合も同様に考え，$\dfrac{8}{243}$

よって，（i）と（ii）は排反事象なので，$\dfrac{8}{243}+\dfrac{8}{243}=\dfrac{16}{243}$ ……（答え）